Построения эти доказывают, что названные пять правильных многогранников существуют в действительности; к этому в последней теореме книги присоединяется доказательство того, что это единственные возможные правильные многогранники.

В большинстве изданий „Начал" содержится еще так называемая *четырнадцатая* книга, принадлежащая одному позднейшему математику, Гипсиклу, и *пятнадцатая* книга, наверное еще гораздо более позднего происхождения; впрочем, они даются в виде приложений к труду Эвклида, ибо в них, как и в последней книге „Начал", рассматривается вопрос о правильных многогранниках.

Книга Гипсикла представляет, несомненно, шаг вперед в трактовке этого вопроса. В качестве образчика содержащихся в ней теорем мы приведем предложение, согласно которому окружности, описанные около граней правильных икосаэдра и додекаэдра, равны между собой, если оба многогранника вписаны в один и тот же шар. Являясь монографией, книга эта не принадлежит, собственно говоря, к „Началам", но она представляет собой интересный образец исследований, которым предавались математики александрийской эпохи; судя по предисловию к книге, она является продолжением ряда аналогичных изысканий, восходящих к великому геометру Аполлонию.

С этими работами о правильных многогранниках можно связать другой труд, трактующий об аналогичном вопросе, именно работу Архимеда о *полуправильных многогранниках*, т. е. о многогранниках, ограниченных правильными многоугольниками различных видов: в утерянном труде, содержание которого сохранил для нас Папп, Архимед доказывал, что существует тринадцать многогранников этого вида.

20. Доказательство посредством метода исчерпывания; двенадцатая книга „Начал". Занимаясь точным определением величин, являющихся предельными значениями для случаев бесконечного приближения, Эвдокс применил те же способы, которыми он пользовался в теории пропорций для точного исследования величин, доступных лишь приближенному определению с помощью рациональных числовых отношений. Метод, придуманный им для строгого получения этих предельных значений без помощи идеи бесконечного, неприемлемой для тогдашних математиков, представляет столь четкие и точные формы, что он вполне заслуживает особенного наименования; мы станем пользоваться наименованием, данным ему в XVII в., и будем называть его *доказательством путем исчерпывания*. Доказательство это опирается на гипотезу, выдвинутую в четвертом определении пятой книги „Начал", или более непосредственным образом на теорему 1 десятой книги, выведенную из этой гипотезы, — теорему, согласно которой, если отнять половину — или больше половины — какой-нибудь величины и если повторять эту операцию достаточное число раз, то можно, в конце концов, получить величину, меньшую любой заданной величины